Séquence 20

Calcul intégral – Partie 2

I. Aire délimitée par deux courbes

> Méthode : Calculer l'aire délimitée par les courbes de deux fonctions continues et positives
> Capacité 8 p. 337

II. Valeur moyenne d'une fonction

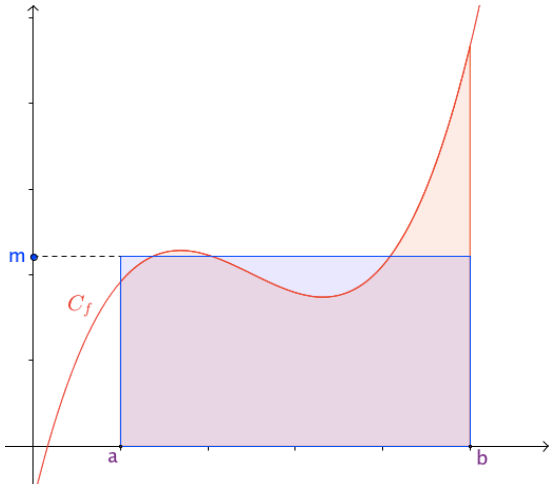
Définition :

Soit f une fonction continue sur un intervalle $[a\,;b]$ avec $a \neq b$.
On appelle **valeur moyenne** de f sur $[a\,;b]$ le nombre réel :

$$m = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

Interprétation géométrique :

L'aire sous la courbe représentative de f (en rouge ci-dessous) est égale à l'aire sous la droite d'équation $y = m$ (en bleu), entre a et b.



Exemple :
Calculons la valeur moyenne de la fonction f définie par $f(x) = 3x^2 - 4x + 5$ sur l'intervalle $[1\,;10]$.

> Méthode : Calculer une valeur moyenne d'une fonction
> Capacité 9 p. 337

III. Intégration par parties

Théorème :

Soit u et v deux fonctions dérivables sur $[a\,;b]$. Alors, on a :

$$\int_a^b u'(x)v(x)\,dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x)\,dx$$

Démonstration au programme : p. 334

Méthode : Calculer une intégrale en intégrant par parties
Capacité 6 p. 335

IV. Intégrales et suites

Méthode : Étudier une suite d'intégrales
Capacité 7 p. 337