Exercices de révision pour se préparer à la Première

Partie A : calcul littéral, équations et inéquations

Exercice A1 : développer et réduire les expressions suivantes :

$A = 3x(10x - 8)$ $\quad$ $B = (2x + 3)(4x - 1)$

$C = \left(\frac{1}{5}x + \frac{1}{10}\right)\left(\frac{1}{5}x + \frac{3}{10}\right)$ $\quad$ $D = 3(2x - 1)(-x + 4)$

$E = (4 + 5x)^2$ $\quad$ $F = 3(x + 1)^2$

$G = (2x - 4)^2$ $\quad$ $H = (3x + 1)^2 + (2x - 1)(4x + 2)$

$I = (3x + 2)(2x - 6) - (4x - 3)^2$ $\quad$ $J = \left(\sqrt{5} - \sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right)$

Exercice A2 : factoriser et réduire les expressions suivantes :

$K = (2x + 1)(3x - 1) + (3x - 1)(-6x + 8)$

$L = 2x(x - 1) - (x - 1)(5 - x)$

$M = (4x - 2) + (4x - 2)(x + 1)$

$N = 64 - 100x^2$

Exercice A3 : résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

On pensera à écrire l'ensemble-solution sous la forme $S = \{\ldots\}$

a) $4x - 3 = 12$ $\quad$ b) $-3x + 1 = 2(5x - 2)$

c) $(5x + 6)(2x + 3) = 10x^2 + 2x - 2$ $\quad$ d) $(3x - 1)(-2x + 3) = 0$

e) $\frac{x-1}{x} = 0$ $\quad$ f) $x^2 = 9$ $\quad$ g) $2x^2 - 16 = 0$

Exercice A4 : résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations.

On pensera à écrire l'ensemble-solution sous la forme d'un intervalle.

a) $4x - 1 \geq 7$

b) $-2x + 1 > 2$

c) $\frac{1}{2}x + 1 \leq 11$

Exercice A5 : résoudre les systèmes d'équations suivants :

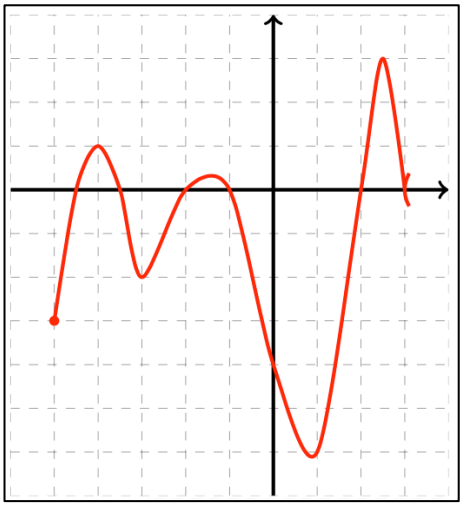
$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x + 3y = 10 \end{cases}$ et $\begin{cases} 4x - 5y = 32 \\ 5x + 7y = -13 \end{cases}$

Partie B : fonctions

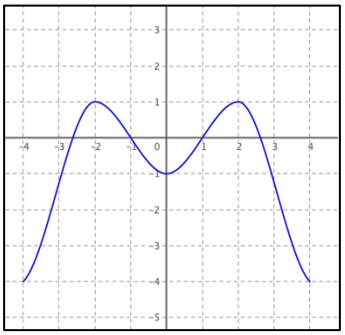
Exercice B1 : on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 7x - 1$.

a) Calculer $f(0)$, $f\left(\frac{1}{7}\right)$, $f\left(\frac{3}{14}\right)$
b) Déterminer l'antécédent de 0 par f.
c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ $f(x) \geq 0$
d) Quelle est la nature de l'expression f ? *Justifier.*

Exercice B2 : soit g la fonction dont la courbe représentative est donnée ci-contre.



1) Quel est le domaine de définition D_g de g ?
2) Quelle est l'image de -2 ? de 1 ?
3) Que vaut $g(-3)$?
4) Combien y a-t-il d'antécédents par g de -2 ? de -3 ?
5) Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = 0$ sur D_g.
6) Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \leq 0$ sur D_g.

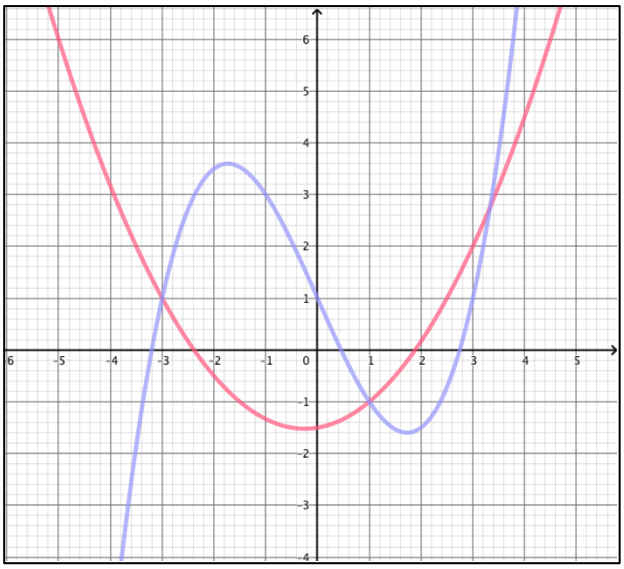


Exercice B3 : soit h la fonction dont la courbe représentative est donnée ci-dessous.

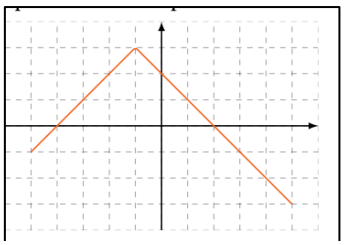
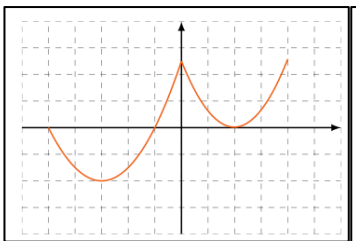
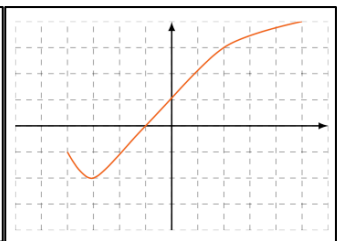
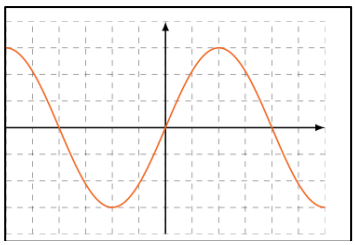
1) La fonction h semble-t-elle paire ? Impaire ? Ni l'un ni l'autre ?
2) Déterminer le domaine de définition D_h de la fonction h.
3) Résoudre graphiquement l'équation $h(x) = 1$ sur D_h.
4) Résoudre graphiquement l'inéquation $h(x) \leq -1$ sur D_h.

Exercice B4 : soient $f_1 : x \mapsto \frac{x^3}{4} - \frac{9x}{4} + 1$ et $f_2 : x \mapsto \frac{x^2}{3} + \frac{x}{6} - \frac{3}{2}$

1) Calculer $f_1(0)$ et $f_2(0)$.
2) Associer chaque courbe à la fonction correspondante.
3) Combien de solutions l'équation $f_1(x) = f_2(x)$ possède-t-elle sur l'intervalle $[-4; 4]$?
4) On admettra que $f_1\left(\frac{10}{3}\right) = f_2\left(\frac{10}{3}\right)$. Comment interpréter graphiquement cette égalité ?
5) Résoudre l'inéquation $f_1(x) \geq f_2(x)$ sur $[-4; 4]$.



Exercice B5 : construire le tableau de variations et de signes des fonctions suivantes définies par leur courbe représentative.

Exercice B6 : on considère une fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-15		-7		-3		8		15		21		22
Variations de f	4	↘	2	↗	7	↘	0	↘	-3	↗	0	↗	3
Signe de $f(x)$													

a) En créant des compartiments et en plaçant des signes $+$ et des signes $-$, compléter le tableau de signes de f.

b) En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$ sur $[-15; 22]$.

Exercice B7 : on considère une fonction g dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	0		1		2		3		5		7
Variations de g	4	→	4	↗	6	→	6	↘	-3	↗	-1

VRAI ou FAUX ?

1) a) Le domaine de définition D_g de g est $[-1; 6]$. V ☐ F ☐

b) L'image de 0 par g est 4. V ☐ F ☐

c) $2{,}5$ n'a pas d'image. V ☐ F ☐

d) $-3 < g(6) < -1$. V ☐ F ☐

e) L'équation $g(x) = 7$ admet pour ensemble-solution $S = \emptyset$ V ☐ F ☐

f) L'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution. V ☐ F ☐

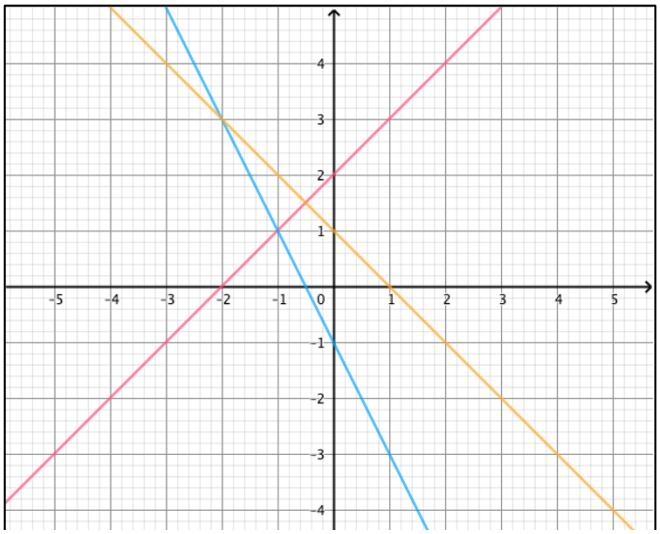
2) Dans un repère orthonormé, tracer une courbe représentative possible de g.

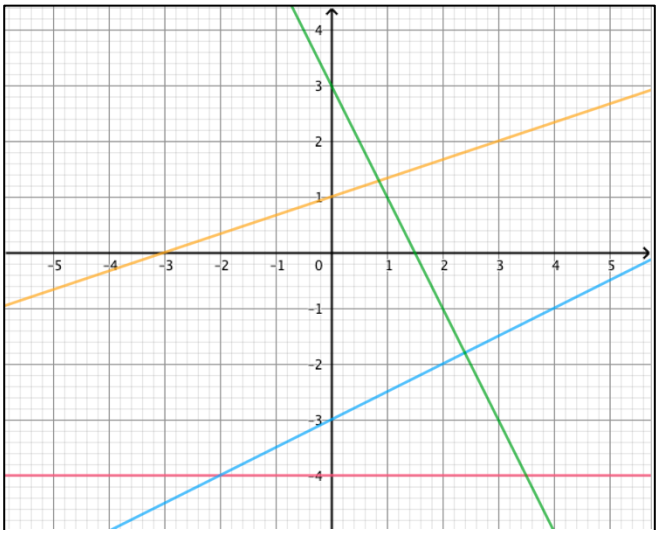
Exercice B8 : déterminer le coefficient directeur de la fonction affine f tele que $f(0) = 7$ et $f(3) = 1$.

Exercice B9 : déterminer l'expression de la fonction affine g telle que $g(3) = 4$ et $g(9) = 8$.

Exercice B10 : dans un même repère orthonormé, tracer les courbes représentatives de $f_1(x) = 2x + 5$, $f_2(x) = x - 2$, $f_3(x) = -2x$, $f_4(x) = \frac{1}{4}x + 1$ et $f_5(x) = 3$.

Exercice B11 : déterminer graphiquement l'expression algébrique des fonctions affines représentées ci-dessous.





Partie C : géométrie

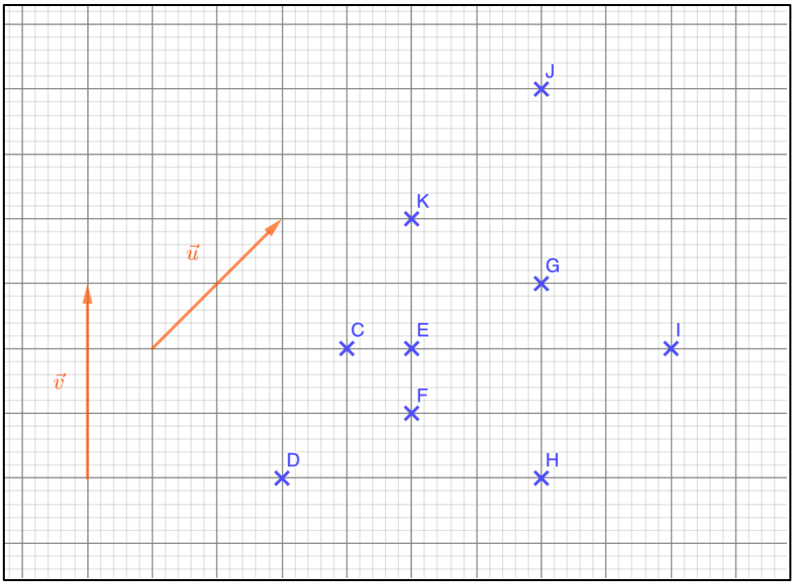
Exercice C1 : sur la figure ci-dessous :

a) Déterminer les vecteurs égaux aux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

b) Construire les points P et M tels que $\overrightarrow{GP} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{CM} = \vec{v}$.

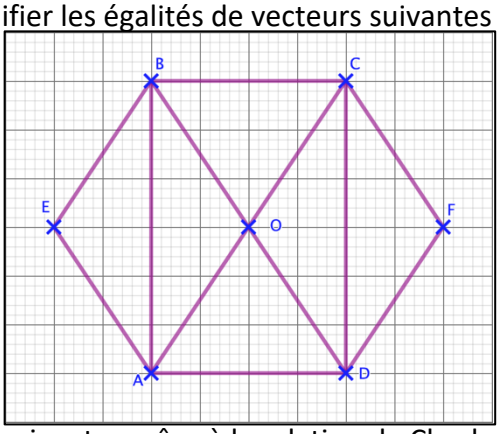
c) Construire le point N tel que $\overrightarrow{DN} = \vec{u} + \vec{v}$.

d) Construire le point O tel que $\overrightarrow{EO} = \vec{u} - \vec{v}$



Exercice C2 : en utilisant la figure ci-contre, simplifier les égalités de vecteurs suivantes :

1) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EO} =$
2) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} =$
3) $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{FC} =$
4) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC} =$
5) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{DO} =$
6) $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{OF} =$
7) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} =$
8) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{FA} =$



Exercice C3 : simplifier au maximum les sommes suivantes grâce à la relation de Chasles :

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}$ b) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CD}$ c) $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{AM}$

d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{PB}$ e) $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DC}$ f) $-\overrightarrow{SK} + \overrightarrow{MK}$

Exercice C4 : dans un repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les points $A(5; 3)$, $B(2; 4)$, $C(-2; -3)$ et $D(0; -2)$.

a) Déterminer les coordonnées des points I, J, K et L milieux respectifs de $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.

b) Montrer que $IJKL$ est un parallélogramme.

Exercice C5 : dans un repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les points $K(2; -5)$, $L(8; 3)$ et $M(11; 7)$.

a) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KM}$ sont colinéaires.

b) Que peut-on en déduire sur les points K, L et M ?

c) On considère le point N de coordonnées $(17; 16)$.
Les droites (KL) et (MN) sont-elles parallèles ? *Justifier*.

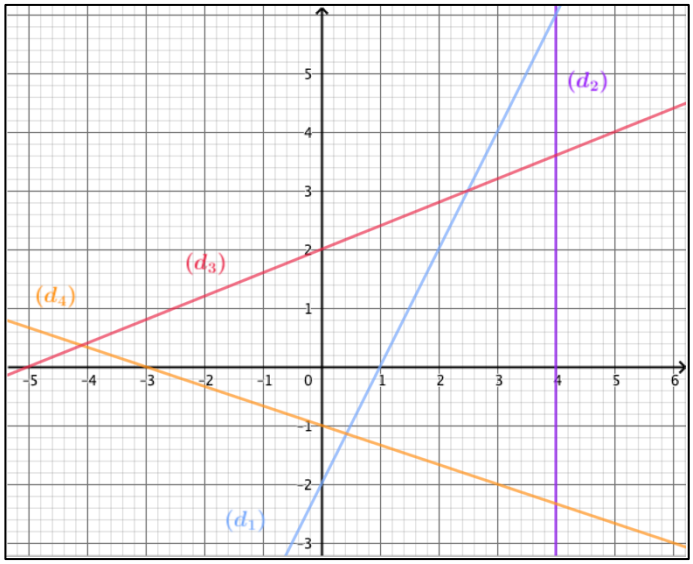
Exercice C6 : dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on a $G(3;3)$, $H(5;2)$ et $I(0;-3)$.

a) Montrer que $GH = \sqrt{5}$.
b) Calculer les distances HI et GI.
c) Montrer que le triangle GHI est rectangle en G.

Exercice C7 : dans un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère les points $A(1;-1)$, $B(2;-3)$ et $C(4;5)$.

a) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
b) Déterminer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Exercice C8 : donner les coordonnées d'un vecteur directeur pour chacune des droites tracées ci-dessous :



Exercice C9 : dans le repère orthonormé précédent, tracer (d_5) passant par $A(1;5)$ de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ et (d_6) passant par $B(-4;4)$ de vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$.

Exercice C10 : on considère la droite (Δ) qui admet pour équation cartésienne $3x - 2y + 1 = 0$

a) Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{u}$ de (Δ).
b) Déterminer l'équation réduite de (Δ).
c) Les points $A(-1;-1)$ et $B\left(0;-\frac{1}{2}\right)$ appartiennent-ils à (Δ) ? *Justifier.*

Exercice C11 : déterminer les coordonnées du point M d'intersection des droites (d) et (d') d'équations réduites $y = \frac{1}{2}x + 6$ et $y = -3x - 1$.

Exercice C12 : déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par $M(1;3)$ dirigée par $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$.